

Krzysztof Kłaczko, Marcin Kurczab, Elżbieta Świda

Matematyka
Program nauczania w liceach i technikach
Zakres rozszerzony

Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro

Minister Edukacji Narodowej i Sportu dopuszcza do użytku szkolnego *Program nauczania matematyki w liceum ogólnokształcącym. Zakres rozszerzony* autorstwa Krzysztofa Kłaczkowa, Marcina Kurczaba, Elżbiety Świdry przeznaczony dla liceum ogólnokształcącego, recenzowany przez mgr. Jacka Stańdo, mgr Kingę Gałązkę, mgr. Piotra Bejnar-Bejnarowicza i dr Krystynę Długosz-Kurczabową.

Nr dopuszczenia: DKOS-4015-12/02

Projekt okładki
Stefan Drewiczewski, FOQS

Skład i łamanie
Eryk Krawczyński

Redaktor
Zofia Zienkiewicz

Nadzór edytorski
Magdalena Hamid

© Copyright by Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro Sp. z o.o.
Warszawa 2002 r.

Druk i oprawa
Przedsiębiorstwo Wydawniczo-Poligraficzne „GRYF” SA
Ciechanów, ul. Sienkiewicza 51

Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro Sp. z o.o.
ul. Kościańska 4, 01-695 Warszawa
pazdro@pazdro.com.pl
www.pazdro.com.pl

ISBN 83-89023-05-9

Spis treści

I. Wstęp	5
II. Założenia generalne	5
III. Ogólne cele edukacyjne	6
IV. Ramowy rozkład materiału	7
V. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne.	
Założone osiągnięcia uczniów	8
Klasa I	8
Klasa II	13
Klasa III	19
VI. Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów	24

Informacje o autorach programu

Dr **Krzysztof Klaczkow** – pracownik naukowo-dydaktyczny Uniwersytetu Łódzkiego, a obecnie Akademii Medycznej w Warszawie; wieloletni nauczyciel matematyki w warszawskich liceach ogólnokształcących; wśród jego uczniów są laureaci olimpiad i konkursów matematycznych dla uczniów szkół średnich; ma III stopień specjalizacji zawodowej w zakresie nauczania matematyki; współpracownik czasopism matematycznych; współautor matematycznego cyklu podręczników i zbiorów zadań dla uczniów 3-letniego gimnazjum oraz dla uczniów 4-letniego liceum ogólnokształcącego.

Mgr **Marcin Kurczab** – nauczyciel matematyki warszawskiego liceum ogólnokształcącego; autor i redaktor merytoryczny publikacji matematycznych; wśród jego uczniów są laureaci konkursów matematycznych dla szkół średnich; współautor matematycznego cyklu podręczników i zbiorów zadań z zakresu 3-letniego gimnazjum oraz 4-letniego liceum ogólnokształcącego.

Mgr **Elżbieta Świda** – nauczycielka matematyki w warszawskich szkołach: najpierw w szkole podstawowej, a następnie w liceum ogólnokształcącym; wśród jej uczniów są laureaci i finaliści konkursów matematycznych dla uczniów szkół podstawowych; współautorka cyklu podręczników i zbiorów zadań dla 3-letniego gimnazjum oraz do 4-letniego liceum ogólnokształcącego.

I. Wstęp

Reforma systemu edukacji wprowadziła od 1999 r. nowy typ szkoły – trzyletnie gimnazjum. Gimnazjum przygotowuje uczniów do nauki w liceum ogólnokształcącym, w liceum profilowanym i w technikum. Podstawowym aktem prawnym określającym wszelkie działania edukacyjne jest *Podstawa programowa kształcenia ogólnego* opublikowana w rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 21.05.2001r. Wskazuje ona generalne cele edukacyjne, zadania szkoły i nauczycieli na każdym etapie kształcenia oraz zawiera podstawowe treści kształcenia. Ta właśnie *Podstawa programowa* jest punktem wyjścia do przygotowania programów nauczania poszczególnych przedmiotów lub bloków przedmiotów. Oznacza to, że na bazie tej jednej podstawy programowej może powstać wiele różnorodnych programów.

Nasz program adresujemy do tych nauczycieli, którzy będą prowadzić zajęcia w liceum ogólnokształcącym w zakresie rozszerzonym. Zgodnie z rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 21.05.2001r. w sprawie ramowych planów nauczania na naukę matematyki przeznaczono co najmniej 9 godzin tygodniowo – w ciągu 3 lat. Na każdy zatem rok nauki przypadają co najmniej 3 godziny tygodniowo. Minimalna liczba godzin matematyki (3 godziny tygodniowo przez 3 lata) zapewnia realizację programu na poziomie podstawowym. Realizacja programu na poziomie rozszerzonym wymaga większej liczby godzin w cyklu kształcenia. Zakładamy, że dyrektorzy szkół, dysponujący pewną liczbą godzin dodatkowych, dodadzą po jednej godzinie matematyki w każdym roku kształcenia. Wówczas na nauczanie matematyki w zakresie rozszerzonym przypadają będzie po 4 godziny w każdej klasie, co daje 12 godzin w 3-letnim cyklu kształcenia.

W naszym programie przedstawiamy założenia generalne i ogólne cele edukacyjne, następnie ramowy rozkład materiału, szczegółowe treści kształcenia wraz z zakresem przewidywanych osiągnięć ucznia. Znakiem [...] zaznaczono treści kształcenia (oraz odpowiadające im cele edukacyjne i umiejętności), które mogą być pominięte (częściowo lub w całości) w trakcie realizacji programu. Dalej omawiamy procedury osiągania celów kształcenia oraz procedury oceniania osiągnięć uczniów. Do realizacji tego programu zalecamy podręczniki do liceum oraz zbiory zadań autorstwa K. Kłaczkowa, M. Kurczaba, E. Świdy.

II. Założenia generalne

Program i jego realizacja opiera się na następujących założeniach generalnych:

- 1) Uczeń jest osobą, a nie tylko obiektem nauczania; jest więc usytuowany ponad programem, podręcznikiem, metodyką i wiedzą, obok nauczycieli, autorów programów i podręczników.
- 2) Matematyka choć jest spójnym i precyzyjnym sposobem interpretacji świata, to jednak nie jest dyscypliną izolowaną od innych.
- 3) Nasz *Program nauczania* zakłada aktywność oraz indywidualizm nauczyciela, który będzie ten program realizować.

III. Ogólne cele edukacyjne

Matematyka to nauka rozwijająca się od czasów starożytności po czasy współczesne. Dostarcza narzędzi badań dla nauk przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych i społecznych. Nic więc dziwnego, że jest jednym z głównych składników wykształcenia współczesnego człowieka.

Matematyka stymuluje rozwój intelektualny młodego człowieka, pobudza jego aktywność umysłową, rozwija zdolności poznawcze, a także uczy dobrej organizacji pracy, wyrabia dociekliwość i krytycyzm.

Rola nauczyciela polega na pokazywaniu uczniom, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania człowieka, zarówno w rodzinie (np. planowanie wydatków), jak i w społeczeństwie (np. orientacja w systemie podatkowym i budżecie państwa), czy w dziedzinie sztuki (np. kanon w rzeźbie i architekturze klasycznej).

Opracowany przez nas program ma służyć osiągnięciu następujących celów:

- w zakresie rozwoju intelektualnego ucznia (cele związane z kształceniem):
 - rozwijaniu umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem,
 - rozwijaniu umiejętności zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji,
 - opanowaniu umiejętności potrzebnych do oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia,
 - wykształceniu umiejętności budowania modeli matematycznych w odniesieniu do różnych sytuacji życiowych i stosowaniu metod matematycznych w rozwiązywaniu problemów praktycznych,
 - rozwinięciu wyobraźni przestrzennej,
 - nabyciu umiejętności samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej,
 - rozwijaniu zdolności i zainteresowań matematycznych,
 - rozwijaniu pamięci,
 - rozwijaniu logicznego myślenia,
 - wykształceniu umiejętności operowania obiektami abstrakcyjnymi,
 - precyzyjnemu formułowaniu wypowiedzi,
 - pobudzeniu aktywności umysłowej uczniów,
 - nabyciu umiejętności poprawnego analizowania, wnioskowania i uzasadniania,
- w zakresie kształtowania postaw (cele związane z wychowaniem):
 - kształtowaniu odpowiedzialności za powierzone zadania,
 - kształtowaniu postawy dialogu i kultury dyskusji (komunikacja),
 - kształtowaniu wytrwałości w zdobywaniu wiedzy i umiejętności matematycznych,
 - wyrabianiu systematyczności w pracy,
 - kształtowaniu pozytywnych postaw etycznych (piętnowanie nieuczciwości wyrażającej się w tzw. ściąganiu, podpowiadaniu itp.),
 - nabyciu umiejętności dobrej organizacji pracy, właściwego planowania nauki,
 - rozwijaniu umiejętności pracy w zespole,
 - kształtowaniu postaw dociekliwych, poszukujących i krytycznych,
 - dbaniu o estetykę (czytelny rysunek, jasne i przejrzyste rozwiązanie zadań itp.).

IV. Ramowy rozkład materiału

Poniższe zestawienie przedstawia podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację.

Rok szkolny liczy około 37 tygodni. Zakładając, że w każdym tygodniu uczeń ma 4 godziny lekcji matematyki, otrzymujemy do dyspozycji około 148 godzin rocznie.

Zdający nową maturę zakończą zajęcia z końcem marca. Dla nich rok szkolny trwa zatem około 26 tygodni, co daje około 104 godziny lekcji matematyki.

Klasa I – 148 godzin [126 godz. + 22 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Elementy logiki matematycznej	8
2.	Zbiory	25
3.	Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie – cz. I.	14
4.	Wektory	6
5.	Funkcja i jej własności	20
6.	Symetria środkowa, osiowa, przesunięcie równoległe, obrót	5
7.	Przekształcenia wykresów funkcji	5
8.	Trygonometria	19
9.	Funkcja linowa	24

Klasa II – 148 godzin [133 godz. + 15 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie – cz. II.	16
2.	Funkcja kwadratowa	26
3.	Okrąg i koło w układzie współrzędnych	7
4.	Wielomiany	20
5.	Funkcje wymierne	17
6.	Indukcja matematyczna	4
7.	Dwumian Newtona	2
8.	Ciągi	28
9.	Twierdzenie sinusów i cosinusów	4
10.	Pola figur	5
11.	Twierdzenie Talesa	4

Klasa III – 104 godziny [95 godz. + 9 godz. do dyspozycji nauczyciela]

1.	Jednokładność i podobieństwo	6
2.	Stereometria	18
3.	Funkcje wykładnicze i logarytmiczne	16
4.	Kombinatoryka	5
5.	Rachunek prawdopodobieństwa	16
6.	Elementy statystyki opisowej	5
7.	Ciągłość i pochodna funkcji	29

V. Treści kształcenia. Szczegółowe cele edukacyjne. Założone osiągnięcia uczniów

Klasa I

L.p.	Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
1.	Elementy logiki matematycznej – 8 godzin: <ul style="list-style-type: none"> zdanie w logice; negacja zdania; koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań; niektóre prawa logiczne i ich zastosowanie; forma zdaniowa jednej zmiennej; kwantyfikator ogólny i szczegółowy, negacja zdania z kwantyfikatorem; [dowodzenie twierdzeń]. 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> pozna zdania proste i złożone; pozna funktory logiczne; pozna prawa logiczne takie jak negacja alternatywy, koniunkcji i implikacji; pozna formy zdaniowe (w tym sprzeczne i tożsamościowe); pozna kwantyfikator ogólny i szczegółowy oraz nauczy się negować zdania z kwantyfikatorem; zapozna się z budową twierdzenia [i zdobędzie umiejętność dowodzenia twierdzeń (dowód wprost i dowód nie wprost)]. 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi i ocenić jego wartość logiczną; posługiwać się funktorami logicznymi; negować zdanie; budować zdania złożone i oceniać ich wartość logiczną; [dowodzić prawa logiczne]; stosować poznane prawa logiczne; negować zdanie z kwantyfikatorem; odróżniać zdanie od formy zdaniowej; odróżniać definicję od twierdzenia; [przeprowadzić prosty dowód nie wprost]; wykorzystać język matematyki w komunikowaniu się.
2.	Zbiory – 25 godzin: <ul style="list-style-type: none"> zbiór, element zbioru; suma, różnica i iloczyn zbiorów; zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory; prawa działań w \mathbf{R}; przypomnienie własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym; wzory skróconego mnożenia; potęga o wykładniku wymiernym; pojęcie błędu przybliżenia; szacowanie wartości liczbowych wyrażeń; obliczenia procentowe (w tym diagramy); przedziały liczbowe i działania na nich; wartość bezwzględna liczby rzeczywistej; interpretacja geometryczna; proste równania i nierówności 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> pozna takie pojęcia jak: zbiór pusty, zbiór nieskończony, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru; zapozna się z symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów (\in, \subset, \cap, \cup, $\bar{}$); pozna pojęcie sumy, różnicy i iloczynu zbiorów; [pozna własności działań na zbiorach]; przypomni sobie wiadomości o liczbach naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych; pozna relacje, jakie zachodzą między podziorami zbioru liczb rzeczywistych; przypomni sobie prawa działań w zbiorze \mathbf{R}; przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów; wyznaczać część wspólną, sumę, różnicę i dopełnienie zbiorów; planować i wykonywać obliczenia; porównywać liczby wymierne; przedstawiać liczby wymierne w różnych postaciach (ułamek zwykły, liczba dziesiętna); wyznaczać przybliżenia danej liczby z daną dokładnością; szacować wyniki z daną dokładnością; sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia; wykonywać działania na wyrażeniach algebraicznych;

	<p>z wartością bezwzględną; [własności wartości bezwzględnej];</p> <ul style="list-style-type: none"> • średnia arytmetyczna, geometryczna i harmoniczna. 	<p>i potęgach o wykładnikach całkowitych;</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna nowe wzory skróconego mnożenia; • pozna potęgę o wykładniku wymiernym; • nauczy się przybliżać wartości liczbowe i szacować błąd przybliżenia; • przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami; • będzie kształcił umiejętność odczytywania diagramów procentowych, kołowych i słupkowych oraz ich budowania; • pozna pojęcie przedziału liczbowego; • nauczy się znajdować sumę, różnicę, iloczyn i dopełnienie przedziałów liczbowych; • pozna pojęcie wartości bezwzględnej liczby [i własności]; • przypomni sobie pojęcie średniej arytmetycznej oraz pozna pojęcia średniej geometrycznej i harmonicznej. 	<ul style="list-style-type: none"> • usuwać niewymierność z mianownika lub licznika ułamka; • stosować w praktyce prawa działań; • posługiwać się procentem w zadaniach tekstowych; • wykonywać działania na potęgach i pierwiastkach; • odczytywać dane z tabel i diagramów statystycznych; • przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów, wykresów; • przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; • posługiwać się pojęciem wartości bezwzględnej; • interpretować wartość bezwzględną na osi liczbowej; • rozwiązywać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną; • [korzystać z własności wartości bezwzględnej w rozwiązywaniu zadań]; • obliczać średnie.
3.	<p>Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie, cz. I –14 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • punkty, proste, półproste, odcinki, figury wypukłe, wklęsłe; • odległość; • figury ograniczone, nieograniczone; • kąty; • położenie prostych na płaszczyźnie; • łamana; wielokąt; trójkąty – klasyfikacja; • środkowe trójkąta; • przystawanie trójkątów; • zależności między bokami i kątami w trójkącie; • nierówność trójkąta; • twierdzenie o dwóch prostych przeciętych trzecią prostą; • suma kątów w trójkącie; • symetralne boków w trójkącie; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna pojęcie figury wklęsłej i wypukłej; • pozna definicję odległości; • pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej; • przypomni sobie wiadomości o kątach (kąt prosty, ostry, rozwarty, kąty przyległe, wierzchołkowe); • przypomni sobie położenie prostych na płaszczyźnie i pojęcie odległości punktu od prostej; • pozna definicję łamanej i wielokąta; • przypomni sobie jak klasyfikujemy trójkąty ze względu na boki i kąty; • pozna twierdzenia o środkowych w trójkącie [i ich dowody]; • przypomni sobie cechy przystawiania trójkątów; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • posługiwać się własnościami poznanych figur geometrycznych (symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, środkowych boków trójkąta itp.) w rozwiązywaniu zadań; • określać własności podstawowych figur geometrycznych (odcinek, półprosta, kąt, wielokąt) i posługiwać się nimi; • wyznaczać odległość: dwóch punktów, punktu od prostej, dwóch prostych równoległych); • konstruować proste prostopadłe, równoległe, symetralną odcinka, dwusieczną kąta; • stosować definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu zadań; • [przeprowadzić pełny dowód twierdzenia].

	<ul style="list-style-type: none"> • dwusieczne kątów w trójkącie; • wysokości w trójkącie. 	<ul style="list-style-type: none"> • pozna zależności między bokami i kątami w trójkącie [wraz z dowodami]; • pozna twierdzenia o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą [i ich dowody]; • pozna twierdzenia o sumie kątów wewnętrznych trójkąta i dowolnego wielokąta wypukłego [wraz z dowodami]; • pozna twierdzenia o wysokościach, dwusiecznych i symetralnych boków w trójkącie [wraz z dowodami]. 	
4.	Wektory – 6 godzin: <ul style="list-style-type: none"> • wektor w prostokątnym układzie współrzędnych; współrzędne wektora, dodawanie, odejmowanie i mnożenie wektora przez liczbę; • wektory równe; wektory przeciwne; • długość wektora (odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej); • rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o wektorach. 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • pozna pojęcie wektora; • zdobędzie umiejętność obliczania współrzędnych wektora na płaszczyźnie; • nauczy się dodawać odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę (syntetycznie i analitycznie); • pozna pojęcie wektorów równych i przeciwnych; • nauczy się obliczać długość wektora. 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć współrzędne wektora i jego długość; • dodać i odjąć wektory, pomnożyć wektor przez liczbę (syntetycznie i analitycznie); • obliczyć współrzędne środka odcinka; • sprawnie operować wektorami w rozwiązywaniu prostych zadań z geometrii analitycznej.
5.	Funkcja i jej własności – 20 godzin: <ul style="list-style-type: none"> • pojęcie funkcji; • sposoby opisywania funkcji; • dziedzina funkcji liczbowej; • zbiór wartości funkcji; • wykresy niektórych funkcji; • miejsca zerowe funkcji; • równość funkcji; • różnowartościowość funkcji; • funkcje monotoniczne; • funkcje parzyste i nieparzyste; • funkcje okresowe; • najmniejsza i największa wartość funkcji; • odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • przypomni sobie pojęcie funkcji i różne sposoby jej opisywania; • przypomni sobie takie pojęcia, jak: dziedzina funkcji liczbowej, zbiór wartości, miejsca zerowe; • pozna takie pojęcia, jak: równość funkcji, różnowartościowość, monotoniczność, parzystość, nieparzystość i okresowość funkcji; • [nauczy się badać na podstawie definicji własności funkcji takie jak: monotoniczność, różnowartościowość, parzystość, nieparzystość]; • pozna wykresy niektórych funkcji takich jak: $y = [x]$, $y = x - [x]$, $y = \operatorname{sgn} x$ itp.; 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> • odróżniać dowolne przyporządkowanie od przyporządkowania, które jest funkcją; • opisywać funkcje na różne sposoby (wzorem, tabelką, wykresem, grafem, opisem słownym); • wskazać wykres funkcji liczbowej; • wyznaczyć dziedzinę funkcji liczbowej; • określić zbiór wartości funkcji (proste przykłady); • obliczyć miejsca zerowe funkcji; • określać z wykresu (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność, różnowartościowość, znak funkcji, wartość najmniejszą i największą, parzystość, nieparzystość i okresowość);

		<ul style="list-style-type: none"> nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu oraz rysować wykresy funkcji na podstawie własności funkcji; nauczy się opisywać, interpretować i przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru lub wykresu funkcji. 	<ul style="list-style-type: none"> [zbadać na podstawie definicji niektóre własności funkcji (monotoniczność, różnowartościowość, parzystość, nieparzystość funkcji)]; podać opis matematyczny w postaci funkcji; interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych itd.); przetwarzać informacje wyrażone w postaci wzoru funkcji lub wykresu funkcji.
6.	Symetria środkowa, osiowa, przesunięcie równoległe, obrót – 5 godzin: <ul style="list-style-type: none"> symetria środkowa; środek symetrii figury; figury środkowo-symetryczne; symetria osiowa; oś symetrii figury; figury osiowo-symetryczne; przesunięcie równoległe o wektor; obróć. 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> pozna pojęcie symetrii środkowej i osiowej; nauczy się odróżniać figury środkowo- i osiowo-symetryczne od innych; pozna pojęcie przesunięcia równoległego; pozna pojęcie kąta skierowanego i obrotu; nauczy się znajdować obraz figury w symetrii osiowej, środkowej, przesunięciu równoległym i obrocie. 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> znajdować obraz figury w symetrii środkowej, osiowej, przesunięciu równoległym i obrocie; odróżnić figury środkowo- i osiowo-symetryczne od innych figur; stosować własności poznanych przekształceń izometrycznych w zadaniach.
7.	Przekształcenia wykresów funkcji – 5 godzin: <ul style="list-style-type: none"> przekształcenia wykresów funkcji (S_{Ox}, S_{Oy}, $S_{(0,0)}$, $T_{\vec{u}=\{a,b\}}$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = k \cdot f(x)$ oraz $y = f(kx)$). 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> nauczy się przekształcać wykresy funkcji. 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> sprawnie rysować wykresy funkcji stosując poznane przekształcenia.
8.	Trygonometria – 19 godzin: <ul style="list-style-type: none"> funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; rozwiązywanie zadań z geometrii płaskiej z zastosowaniem trygonometrii; miara łukowa kąta; definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych oraz obliczanie funkcji trygonometrycznych niektórych kątów; 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> pozna pojęcie miary łukowej kąta i przypomni sobie wiadomości dotyczące miary stopniowej kąta wypukłego; pozna definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; nauczy się stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego w zadaniach z geometrii płaskiej; pozna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> zamieniać miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie; wyznaczać funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; rozwiązywać zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym; określić znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych;

	<ul style="list-style-type: none"> • podstawowe tożsamości trygonometryczne; • wzory redukcyjne; • wykresy funkcji trygonometrycznych; • proste równania i nierówności trygonometryczne. 	<ul style="list-style-type: none"> • nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów; • pozna związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; • pozna wzory redukcyjne; • nauczy się rysować wykresy funkcji trygonometrycznych; • będzie doskonalił umiejętność przekształcania wykreśłów funkcji trygonometrycznych; • nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne. 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; • obliczyć pozostałe wartości funkcji trygonometrycznych, jeśli jest znana jedna z nich; • stosować wzory redukcyjne; • dowodzić tożsamości trygonometryczne; • rysować wykresy funkcji trygonometrycznych i na ich podstawie określać własności tych funkcji; • przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych; • rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne.
9.	<p>Funkcja liniowa – 24 godziny:</p> <ul style="list-style-type: none"> • podstawowe wiadomości o równaniach i nierównościach; • funkcja liniowa i jej własności; • równoległość i prostopadłość wykresów funkcji liniowych; • funkcja liniowa we wzorze której występuje parametr; • równanie liniowe i nierówność liniowa; • równanie liniowe z parametrem; • równania i nierówności liniowe – interpretacja graficzna; • [równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną (metoda algebraiczna i graficzna)]; • równanie liniowe z dwiema niewiadomymi (równanie prostej); • nierówność pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; • układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi (układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i interpretacja graficzna); • [metoda wyznacznikowa rozwiązywania układów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • przypomni sobie wiadomości o równaniach i nierównościach; • przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej oraz własności funkcji liniowej (w tym proporcjonalność prostą); • nauczy się znajdować równania funkcji liniowych, których wykresy są równoległe oraz prostopadłe do wykresu danej funkcji liniowej; • przypomni sobie jak rozwiązujemy równania i nierówności liniowe; • nauczy się interpretować graficznie równania i nierówności liniowe; • nauczy się rozwiązywać równania liniowe z parametrem; • [nauczy się rozwiązywać i interpretować graficznie równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną]; • przypomni sobie równanie prostej; • przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; • [pozna metodę wyznacznikową rozwiązywania układów równań]; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykres funkcji liniowej i odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu; • sporządzić wykres proporcjonalności prostej oraz opisać i zastosować proporcjonalność prostą w rozwiązywaniu zadań; • znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; • wyznaczyć wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy (prostopadły) do danej prostej; • [udowodnić na podstawie definicji niektóre własności funkcji liniowej (monotoniczność, różnowartościowość, parzystość, nieparzystość itp.)]; • rozwiązywać równania i nierówności z jedną niewiadomą oraz interpretować je graficznie; • rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą oraz układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi; • układać zadania tekstowe do podanych równań i nierówności liniowych i układów równań;

	<p>równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi];</p> <ul style="list-style-type: none"> • [układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem]; • układy nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi (opisywanie zbiorów); • [równania i nierówności oraz układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną]; • zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego; • rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych. 	<ul style="list-style-type: none"> • [nauczy się przeprowadzać dyskusję liczby rozwiązań układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem]; • nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; • [nauczy się rozwiązywać algebraicznie i interpretować graficznie równania, nierówności oraz układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną]; • nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego; • będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych z zastosowaniem równań i nierówności liniowych oraz układów równań. 	<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem; • stosować poznane metody rozwiązywania układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi; • [stosować metodę wyznacznikową rozwiązywania układów równań liniowych z parametrem]; • graficznie przedstawiać równania i nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz opisywać podane zbiory za pomocą układów równań i nierówności z dwiema niewiadomymi; • [rozwiązywać algebraicznie i interpretować graficznie równania, nierówności oraz układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną]; • stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informację z wykresu (wzoru), zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć); • posługiwać się symboliką matematyczną.
--	---	--	--

Klasa II

L.p.	Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
1.	<p>Podstawowe własności figur geometrycznych na płaszczyźnie, cz. II – 16 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • koło i okrąg; • wzajemne położenie prostej i okręgu; • kąty w kole; • czworokąty (trapezy, równoległoboki, trapezoidy); • wielokąty wpisane w okrąg i opisane na okręgu; • trójkąt wpisany w okrąg i opisany na okręgu; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • przypomni sobie wiadomości o kole, okręgu, położeniu prostej i okręgu oraz dwóch okręgów; • przypomni sobie pojęcie kąta wpisanego i środkowego oraz twierdzenia o kątach w kole [wraz z dowodami]; • pozna pojęcie kąta dopisanego i jego własności; • przypomni sobie klasyfikację czworokątów; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • określać wzajemne położenie prostej i okręgu oraz dwóch okręgów; • posługiwać się własnościami kątów w kole; • konstruować styczną do okręgu, okrąg wpisany i opisany na trójkącie (czworokącie); • posługiwać się własnościami wielokątów;

	<ul style="list-style-type: none"> okrąg wpisany w czworokąt; okrąg opisany na czworokącie; rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o wielokątach. 	<ul style="list-style-type: none"> uzupełni wiedzę o własnościach czworokątów; pozna twierdzenie o linii środkowej w trapezie [wraz z dowodem]; pozna twierdzenia o okręgu wpisanym i opisanym na wielokącie (trójkącie, czworokącie) [wraz z dowodami]. 	<ul style="list-style-type: none"> stosować poznane twierdzenia o wielokątach w rozwiązywaniu zadań; [przeprowadzić pełny dowód twierdzenia]; stosować funkcje trygonometryczne w rozwiązywaniu zadań geometrycznych.
2.	<p>Funkcja kwadratowa – 26 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> jednomian stopnia drugiego, trójmian kwadratowy; postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej; miejsca zerowe i postać iloczynowa trójmianu kwadratowego; badanie trójmianu kwadratowego (w tym znajdowanie najmniejszej i największej wartości); wzory Viete'a i ich zastosowanie; równania kwadratowe; nierówności kwadratowe; równania i nierówności kwadratowe z parametrem; [równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną]; zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; zastosowanie funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk z życia codziennego. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> pozna definicję trójmianu kwadratowego i jego własności; nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci kanonicznej i iloczynowej; nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowych; pozna wzory Viete'a i ich zastosowania; pozna zasadę rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych i ich interpretację graficzną; [będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych z wartością bezwzględną i interpretował je graficznie]; nauczy się rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z parametrem; będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności kwadratowych; nauczy się znajdować największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; nauczy się korzystać z wykresu funkcji kwadratowej i własności funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych; nauczy się wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk z życia codziennego; [nauczy się dowodzić niektóre własności funkcji kwadratowej z wykorzystaniem definicji]; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> odróżnić wzór funkcji kwadratowej od wzorów innych funkcji; narysować wykres funkcji kwadratowej i zbadać jej własności na podstawie wykresu; napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach; sprawnie zamieniać jedną postać funkcji kwadratowej na drugą (postać kanoniczna, iloczynowa i ogólna); stosować wzory Viete'a oraz przekształcać wyrażenia tak, by wykorzystać wzory Viete'a; sprawnie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe oraz interpretować je graficznie; rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych; znaleźć największą oraz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym; rozwiązywać zadania optymalizujące z wykorzystaniem własności funkcji kwadratowej; [rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną i interpretować je graficznie]; rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z parametrem; przekształcać wykresy funkcji kwadratowych; [przeprowadzić dyskusję nad liczbą rozwiązań równania

		<ul style="list-style-type: none"> • nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowej; • [nauczy się dyskutować nad liczbą rozwiązań równania kwadratowego z wartością bezwzględną i parametrem (na podstawie interpretacji graficznej zadania)]. 	<p>kwadratowego z parametrem i wartością bezwzględną (na podstawie interpretacji graficznej danego zadania)];</p> <ul style="list-style-type: none"> • przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej; • opisać dane zjawisko za pomocą funkcji kwadratowej; • [dowodzić niektóre własności funkcji kwadratowej z wykorzystaniem definicji (parzystość, monotoniczność)]; • sprawnie posługiwać się językiem matematycznym i symboliką matematyczną; • [przeprowadzać poprawne rozumowanie przy dowodzeniu].
3.	<p>Okrąg i koło w układzie współrzędnych – 7 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • równanie okręgu; koło w układzie współrzędnych; • prosta i okrąg; styczna do okręgu; • wzajemne położenie dwóch okręgów. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna równanie okręgu; • nauczy się przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej; • nauczy się wyznaczać współrzędne środka i promień okręgu; • nauczy się zapisywać równanie okręgu o zadanych własnościach (np. stycznego do jednej z osi układu, przechodzącego przez trzy punkty itd.); • nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu; • nauczy się wyznaczać równanie stycznej do okręgu; • nauczy się określać wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami; • nauczy się wyznaczać współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów; • nauczy się opisywać koło o danym środku i promieniu oraz rysować koło opisane odpowiednią nierównością. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • odróżnić równanie okręgu od innych równań; • przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka i promień okręgu; • wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach; • znaleźć współrzędne punktów wspólnych dla prostej i okręgu; • wyznaczyć równanie stycznej do okręgu; • określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami; • opisać koło o danym środku i promieniu za pomocą nierówności oraz, mając daną nierówność, narysować koło, które ta nierówność opisuje; • wyznaczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów.
4.	<p>Wielomiany – 20 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • definicja wielomianu stopnia n ($n \in \mathbf{N}_+$) jednej zmiennej rzeczywistej; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna definicję wielomianu stopnia n ($n \in \mathbf{N}_+$) jednej zmiennej rzeczywistej; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • odróżnić wielomian od innej funkcji opisanej wzorem;

	<ul style="list-style-type: none"> • równość wielomianów; • działania arytmetyczne na wielomianach; [dzielenie wielomianów za pomocą schematu Hornera]; • pierwiastek wielomianu; twierdzenie Bezouta i jego zastosowanie; wielokrotny pierwiastek wielomianu; twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; • rozkład wielomianu na czynniki; • równania wielomianowe; • wykresy niektórych wielomianów; nierówności wielomianowe; • zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych. 	<ul style="list-style-type: none"> • pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować; • pozna takie działania na wielomianach jak: dodawanie, odejmowanie i mnożenie; • nauczy się dzielić wielomian przez wielomian; • [nauczy się dzielić wielomian przez dwumian za pomocą schematu Hornera]; • pozna pojęcie pierwiastka wielokrotnego wielomianu; • pozna twierdzenie Bezouta i nauczy się je stosować; • pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować; • pozna twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych i nauczy się je stosować; • pozna metody rozkładania wielomianów na czynniki (wyłączanie czynnika poza nawias, wzorów skróconego mnożenia, metoda grupowania wyrazów, metoda „prób”); • nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe; • posiada umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności wielomianowych; • nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, w których rozwiązaniu będzie posługiwał się poznanymi twierdzeniami i definicjami. 	<ul style="list-style-type: none"> • sprawnie wykonywać działania na wielomianach; • sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki; • sprawnie rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe [w tym z wartością bezwzględną]; • rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych; • rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów, w których potrafi zastosować poznane definicje i twierdzenia; • [rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności wielomianów]; • posługiwać się językiem matematycznym.
5.	<p>Funkcje wymierne – 17 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • definicja funkcji wymiernej; dziedzina funkcji wymiernej; • działania na wyrażeniach wymiernych (dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie); • funkcja homograficzna i jej własności; • równania wymierne; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna definicję funkcji wymiernej; • nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; • nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej; • pozna funkcję homograficzną; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • odróżnić na podstawie wzoru funkcję wymierną od innej funkcji; • sprawnie wykonywać działania na wyrażeniach wymiernych; • wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej; • podać przykład funkcji wymiernej o danej dziedzinie;

	<ul style="list-style-type: none"> • nierówności wymierne; • zastosowanie wiadomości o funkcjach wymiernych w zadaniach; • zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych. 	<ul style="list-style-type: none"> • nauczy się rysować wykresy funkcji homograficznych; • nauczy się opisywać własności funkcji homograficznej na podstawie jej wykresu; • nauczy się rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności funkcji homograficznej; • pozna pojęcie równania i nierówności wymiernej • nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wymierne; • będzie rozwiązywał zadania dotyczące własności funkcji wymiernych; • będzie doskonalił umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych (prowadzących do równań i nierówności wymiernych) . 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować wykresy funkcji homograficznych [(w tym z wartością bezwzględną)] i na ich podstawie opisywać własności funkcji; • rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji homograficznej; • sprawnie rozwiązywać równania i nierówności wymierne; • rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych; • rozwiązywać zadania dotyczące różnych własności funkcji wymiernych.
6.	Indukcja matematyczna – 4 godziny.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna i zrozumie zasadę indukcji matematycznej; • nauczy się dowodzić twierdzenia za pomocą indukcji matematycznej. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • stosować zasadę indukcji matematycznej przy dowodzeniu twierdzeń dotyczących liczb naturalnych, takich jak wzory na sumę, podzielność itp.
7.	Dwumian Newtona – 2 godziny.	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna pojęcie silni; • pozna pojęcie symbolu Newtona i jego własności; • pozna pojęcie dwumianu Newtona i nauczy się go stosować. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • korzystać z symbolu silnia i symbolu Newtona; • wyznaczać dowolny wyraz rozwinięcia dwumianu Newtona.
8.	Ciągi – 28 godzin: <ul style="list-style-type: none"> • definicja ciągu; ciąg liczbowy; • sposoby opisywania ciągów; • ciągi zdefiniowane rekurencyjnie; • ciągi monotoniczne; • granica ciągu liczbowego; • własności ciągów zbieżnych; • ćwiczenia w obliczaniu granic ciągów; • ciąg arytmetyczny; • ciąg geometryczny; • szereg geometryczny; • ciągi rozbieżne do nieskończoności; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna definicję ciągu; • pozna sposoby opisywania ciągów liczbowych (wzór ogólny, wzór rekurencyjny, wykres); • pozna definicję ciągu monotonicznego i nauczy się badać na podstawie definicji monotoniczność ciągu; • pozna definicję granicy ciągu liczbowego; • [nauczy się dowodzić na podstawie definicji granicy ciągu, że dana liczba jest granicą ciągu]; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • określać ciąg wzorem ogólnym lub rekurencyjnym; • wyznaczyć dowolny wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym lub rekurencyjnym; • narysować wykres ciągu i podać własności tego ciągu na podstawie wykresu; • zbadać monotoniczność ciągu na podstawie definicji; • [wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu]; • obliczać granice ciągów zbieżnych;

<ul style="list-style-type: none"> oprocentowanie lokat i kredytów (procent prosty i składany). 	<ul style="list-style-type: none"> pozna własności ciągów zbieżnych i nauczy się je stosować; pozna definicję ciągu arytmetycznego; pozna własności ciągu arytmetycznego; nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory (n-ty wyraz ciągu, suma n kolejnych początkowych wyrazów ciągu, średnia arytmetyczna); pozna definicję ciągu geometrycznego; pozna własności ciągu geometrycznego; nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory (n-ty wyraz ciągu, suma n kolejnych początkowych wyrazów ciągu, średnia geometryczna); pozna pojęcie szeregu geometrycznego; nauczy się wyznaczać sumę szeregu geometrycznego zbieżnego; nauczy się stosować wiadomości o szeregu geometrycznym w zadaniach; pozna definicję ciągu rozbieżnego do nieskończoności; pozna własności ciągów rozbieżnych do nieskończoności; nauczy się obliczać granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności; pozna pojęcie procentu prostego i składanego; nauczy się obliczać oprocentowanie lokat i kredytów. 	<ul style="list-style-type: none"> sprawnie operować językiem matematycznym i stosować symbolikę matematyczną; badać na podstawie definicji, czy dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym; wyznaczyć ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych; wyznaczyć sumę n kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego; rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego; badać na podstawie definicji, czy dany ciąg jest ciągiem geometrycznym; wyznaczać ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych; wyznaczać sumę n kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego; rozwiązywać zadania tekstowe z wykorzystaniem własności ciągu geometrycznego; rozwiązywać zadania z wykorzystaniem własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego; odróżniać ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; badać warunek istnienia sumy szeregu geometrycznego; obliczać sumę szeregu geometrycznego; zamienić ułamek okresowy na zwykły; stosować wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach (rozwiązywanie równań, nierówności, zadań geometrycznych itp.); obliczać granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności; stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów.
--	---	---

9.	Twierdzenie sinusów, cosinusów – 4 godziny: <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie sinusów i jego zastosowanie; • twierdzenie cosinusów i jego zastosowanie. 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • pozna twierdzenie sinusów i jego zastosowanie [oraz dowód twierdzenia]; • pozna twierdzenie cosinusów i jego zastosowanie [oraz dowód twierdzenia]. 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> • stosować twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów (twierdzenie Pitagorasa proste i odwrotne) do rozwiązywania trójkątów oraz w innych zadaniach geometrycznych.
10.	Pola figur – 5 godzin: <ul style="list-style-type: none"> • pole figury; • pole trójkąta; • pole czworokąta; • pole koła, wycinek koła, długość okręgu, długość łuku okręgu. 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • zapozna się z pojęciem pola figury; • przypomni sobie wzory na pole trójkąta i pola czworokątów; • pozna nowe wzory na pole trójkąta; • przypomni sobie wzory na pole koła, wycinka koła, długość okręgu i długość łuku okręgu. 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> • stosować poznane wzory do obliczania pól figur płaskich; • obliczać pole koła, wycinka koła, długość okręgu i długość łuku okręgu; • rozwiązywać zadania z zastosowaniem pól figur płaskich [w tym na dowodzenie] .
11.	Twierdzenie Talesa – 4 godziny: <ul style="list-style-type: none"> • twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa; • twierdzenie o dwusiecznej kąta wewnętrznego i zewnętrznego trójkąta. 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • pozna twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa oraz zastosowanie tych twierdzeń; • pozna twierdzenie o dwusiecznej kąta wewnętrznego i zewnętrznego trójkąta oraz zastosowanie tych twierdzeń; • nauczy się stosować poznane twierdzenia do wyznaczania własności miarowych figur na płaszczyźnie. 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> • stosować twierdzenie Talesa proste i odwrotne; • stosować twierdzenie o dwusiecznej kąta wewnętrznego i zewnętrznego trójkąta; • rozwiązywać zadania [w tym na dowodzenie] z zastosowaniem twierdzenia Talesa.

Klasa III

L.p.	Tematyka zajęć	Cele edukacyjne	Założone osiągnięcia ucznia
1.	Jednokładność i podobieństwo – 6 godzin: <ul style="list-style-type: none"> • jednokładność; • podobieństwo; • cechy podobieństwa trójkątów; • pola figur podobnych. 	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> • pozna pojęcie jednokładności i jej własności, nauczy się znajdować obraz figury w jednokładności o danym środku i skali; • pozna pojęcie podobieństwa i jego własności; • pozna cechy podobieństwa trójkątów; • pozna związek między polami figur podobnych; • będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań geometrycznych wykorzystując w nich własności podobieństwa figur. 	Uczeń potrafi: <ul style="list-style-type: none"> • znaleźć obraz figury w jednokładności; • stosować własności jednokładności i podobieństwa w rozwiązywaniu zadań; • stosować cechy podobieństwa w zadaniach geometrycznych; • [rozwiązywać zadania na dowodzenie z wykorzystaniem podobieństwa figur].

2.	<p>Stereometria – 18 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • proste i płaszczyzny w przestrzeni; • kąt prostej z płaszczyzną; kąt dwuścienny; • graniastosłupy i ich siatki; • ostrosłupy i ich siatki; • wielościany foremne; • bryły obrotowe – walec, stożek, kula; • przekroje brył płaszczyznami; • objętości i pola powierzchni brył – wzory; • obliczanie pól i objętości brył z zastosowaniem poznanej wiedzy. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; • pozna wzajemne położenie prostej i płaszczyzny; • nauczy się wyznaczać kąt prostej z płaszczyzną; • pozna pojęcie kąta dwuściennego oraz pojęcie kąta liniowego kąta dwuściennego; • przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastosłupach; • przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrosłupach; • przypomni sobie i uzupełni wiadomości o wielościanach foremnych; • przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych; • nauczy się wyznaczać przekroje brył płaszczyznami; • nauczy się obliczać pola i objętości brył z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • badać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni; • stosować w rozwiązywaniu zadań takie pojęcia jak kąt prostej z płaszczyzną, kąt dwuścienny; • podać własności figur przestrzennych takich jak graniastosłupy, ostrosłupy czy bryły obrotowe; • rysować siatki figur przestrzennych; • wyznaczać przekroje płaskie wielościanów i brył obrotowych; • wyznaczać pola i objętości brył obrotowych i wielościanów.
3.	<p>Funkcje wykładnicze i logarytmiczne – 16 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • potęga o wykładniku wymiernym –powtórzenie; • informacja o potędze o wykładniku rzeczywistym; • funkcja wykładnicza i jej własności; • równania wykładnicze; • nierówności wykładnicze; • definicja logarytmu liczby dodatniej; • własności logarytmów; • funkcja logarytmiczna i jej własności; • równania logarytmiczne; • nierówności logarytmiczne; • zastosowanie funkcji wykładniczej i logarytmicznej do opisywania zjawisk z życia codziennego. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • przypomni sobie własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym; • uzyska informację dotyczącą potęg o wykładnikach rzeczywistych; • będzie doskonalił umiejętność wykonywania działań na potęgach; • pozna pojęcie funkcji wykładniczej; • zapozna się z własnościami funkcji wykładniczej; • będzie doskonalił umiejętność przekształcania wykresów funkcji (funkcji wykładniczej); • nauczy się rozwiązywać równania wykładnicze; • nauczy się rozwiązywać nierówności wykładnicze; • pozna definicję logarytmu liczby dodatniej; • pozna własności logarytmów; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • sprawnie wykonywać działania na potęgach; • odróżniać funkcję wykładniczą od innych funkcji; • rysować i przekształcać wykresy funkcji wykładniczych; • opisywać własności funkcji wykładniczych na podstawie ich wykresów; • rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze oraz interpretować je graficznie; • obliczyć logarytm liczby dodatniej; • stosować własności logarytmów w zadaniach; • odróżniać funkcję logarytmiczną od innych funkcji; • określać dziedzinę funkcji logarytmicznej; • rysować i przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych; • opisywać własności funkcji logarytmicznych na podstawie ich wykresów;

		<ul style="list-style-type: none"> • nauczy się stosować własności logarytmów w zadaniach; • pozna pojęcie funkcji logarytmicznej; • zapozna się z własnościami funkcji logarytmicznej; • będzie doskonalił umiejętność przekształcania wykresów funkcji (funkcji logarytmicznej); • nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji logarytmicznej; • nauczy się rozwiązywać równania logarytmiczne; • nauczy się rozwiązywać nierówności logarytmiczne; • będzie doskonalił umiejętność interpretacji graficznej równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych; • nauczy się analizować zjawiska z życia codziennego, które można opisać za pomocą funkcji wykładniczej; • nauczy się dostrzegać zastosowanie logarytmów w sytuacjach z życia (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.). 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne oraz interpretować je graficznie; • dostrzegać zastosowanie funkcji wykładniczej i logarytmicznej do opisywania zjawisk z życia; • [dowodzić własności funkcji logarytmicznych i wykładniczych (np.: parzystość czy nieparzystość funkcji)].
4.	Kombinatoryka – 5 godzin <ul style="list-style-type: none"> • permutacje; • wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń; • kombinacje. 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna pojęcie permutacji zbioru; • pozna pojęcia wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń; • pozna pojęcie kombinacji; • pozna wzory na liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji; • nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • stosować wzory na liczbę permutacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń oraz kombinacji; • rozwiązywać zadania tekstowe z zastosowaniem kombinatoryki.
5.	Rachunek prawdopodobieństwa – 16 godzin: <ul style="list-style-type: none"> • doświadczenia losowe; zdarzenie elementarne, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych; zdarzenie; • klasyczna definicja prawdopodobieństwa; • rozwiązywanie zadań z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna takie pojęcia, jak doświadczenie losowe, zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, zdarzenie losowe; • nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego, określać jego moc oraz określać zdarzenia 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego i obliczyć jego moc; • wyznaczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu; • obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie klasycznej definicji prawdopodobieństwa;

	<ul style="list-style-type: none"> • aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa; własności prawdopodobieństwa; • rozwiązywanie zadań z zastosowaniem własności prawdopodobieństwa; • prawdopodobieństwo warunkowe; • wzór na prawdopodobieństwo całkowite; • niezależność zdarzeń; • schemat Bernoulliego. 	<p>elementarne sprzyjające danemu zdarzeniu;</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa (twierdzenie Laplace'a); • nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa; • pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa; • pozna własności prawdopodobieństwa i nauczy się stosować je w rozwiązywaniu zadań; • pozna definicję prawdopodobieństwa warunkowego; • pozna wzór na prawdopodobieństwo całkowite i nauczy się je stosować w zadaniach; • nauczy się badać niezależność zdarzeń na podstawie definicji; • pozna schemat Bernoulliego i nauczy się go stosować. 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować własności prawdopodobieństwa w zadaniach; • obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń losowych za pomocą drzewa; • obliczać prawdopodobieństwo warunkowe; • stosować w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo całkowite; • badać niezależność zdarzeń; • stosować w zadaniach schemat Bernoulliego.
6.	<p>Elementy statystyki opisowej – 5 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • elementy statystyki opisowej: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariancja, odchylenie standardowe (liczone z próby). 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna takie pojęcia jak: średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe i nauczy się je stosować w statystyce. 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • stosować w zadaniach takie pojęcia, jak: średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, odchylenie standardowe ; • odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów; • przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; • przeprowadzać analizę ilościową przedstawionych danych; • porównywać i określać zależności między odczytanymi danymi; • przetwarzać informacje.
7.	<p>Ciągłość i pochodna funkcji – 29 godzin:</p> <ul style="list-style-type: none"> • granica funkcji w punkcie (definicja Heinego); granice jednostronne; • granica funkcji w nieskończoności; • granica niewłaściwa funkcji; • wyznaczanie granic funkcji na krańcach przedziałów określoności; 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozna pojęcie granicy funkcji w punkcie; • nauczy się obliczać granice funkcji w punkcie; • pozna pojęcie granicy funkcji w nieskończoności; • nauczy się obliczać granice funkcji w nieskończoności; 	<p>Uczeń potrafi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • obliczyć granicę właściwą oraz niewłaściwą w punkcie i nieskończoności; • obliczyć granice funkcji na krańcach przedziałów określoności; • zbadać ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze; • wykorzystać własności funkcji ciągłych w zadaniach;

<ul style="list-style-type: none"> • funkcja ciągła w punkcie i w zbiorze; • własności funkcji ciągłych; • iloraz różnicowy funkcji; • pochodna funkcji w punkcie; interpretacja geometryczna; styczna do wykresu funkcji; • funkcja pochodna; • związek między ciągłością a różniczkowalnością; • działania na pochodnych; • monotoniczność funkcji a znak pochodnej; • ekstrema funkcji; warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej; • zastosowanie pochodnej do rozwiązywania problemów praktycznych. 	<ul style="list-style-type: none"> • pozna pojęcie granicy niewłaściwej funkcji w punkcie i nieskończoności; • nauczy się obliczać granicę niewłaściwą w punkcie i nieskończoności; • nauczy się wyznaczać granice funkcji na krańcach przedziałów określoności; • pozna definicję funkcji ciągłej w punkcie i w zbiorze; • nauczy się badać ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze; • zapozna się z własnościami funkcji ciągłych; • pozna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji i nauczy się obliczać iloraz różnicowy funkcji; • pozna definicję pochodnej funkcji w punkcie i jej interpretację geometryczną; • nauczy się obliczać pochodną funkcji w punkcie na podstawie definicji; • pozna pojęcie stycznej do wykresu funkcji; • nauczy się wyznaczać styczną do wykresu funkcji w danym punkcie; • pozna pojęcie funkcji pochodnej • wyprowadzi wzory na pochodne funkcji; • nauczy się stosować w praktyce wzory na pochodne; • nauczy się wykorzystywać pochodne do badania monotoniczności funkcji; • pozna pojęcie ekstremum funkcji; • pozna warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej; • nauczy się wyznaczać ekstrema funkcji różniczkowalnej; • nauczy się stosować rachunek pochodnych do badania funkcji wymiernych i szkicowania ich wykresów; • nauczy się stosować pochodną funkcji do analizowania i rozwiązywania problemów praktycznych. 	<ul style="list-style-type: none"> • obliczyć pochodną funkcji w punkcie; • sprawnie wyznaczać funkcje pochodne danych funkcji na podstawie poznanych wzorów; • napisać równanie stycznej do wykresu funkcji oraz rozwiązywać różne zadania z wykorzystaniem wiadomości o stycznej; • zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej; • wyznaczyć ekstrema funkcji różniczkowalnej; • zbadać przebieg zmienności funkcji i naszkicować jej wykres; • zastosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk z życia codziennego opisanymi wzorami funkcji wymiernych (w tym zadania optymalizacyjne).
---	--	--

VI. Procedury osiągania celów kształcenia i procedury oceniania osiągnięć uczniów

Nikogo nie trzeba przekonywać, że rozwijanie umiejętności matematycznych wpływa na rozwój intelektualny człowieka. Matematyka uczy logicznego myślenia i wnioskowania. Na lekcjach matematyki uczeń nabywa umiejętności precyzyjnego wysławiania się, co pomaga mu w komunikowaniu się z innymi.

Edukację w liceum rozpoczynamy od elementów logiki matematycznej. Realizacja tej tematyki pozwoli na zrozumienie budowy twierdzenia matematycznego (założenie, teza) oraz umożliwi kształcenie umiejętności logicznego wnioskowania i dowodzenia twierdzeń. Wpłyne też na zrozumienie idei dowodu nie wprost oraz zasady indukcji matematycznej. Umożliwi kształcenie precyzyjnego zapisu matematycznego.

Realizacja naszego programu na podstawie przygotowanych przez nas podręczników i zbiorów zadań umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów zarówno z algebry, jak i z geometrii. Zadania tekstowe rozwiązywane na każdym etapie edukacji pozwolą na doskonalenie umiejętności czytania tekstu ze zrozumieniem i przetwarzania informacji zawartych w tekście na język matematyki po to, by dany problem rozwiązać. Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą uczniowi dostrzec prawidłowości matematyczne w otaczającym go świecie i wpłyną na rozwijanie jego praktycznych umiejętności.

We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się różnymi tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja naszego programu w każdym dziale matematyki, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki jak zbiory, elementy statystyki, czy własności funkcji. Na lekcjach tych uczeń nabędzie umiejętność zdobywania, porządkowania, analizowania i przetwarzania informacji. Opanuje umiejętność oceny ilościowej i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia.

Lekcje rachunku prawdopodobieństwa ułatwią uczniowi dokonanie wyboru strategii w przypadkach doświadczeń losowych (np. gry losowe).

Elementy analizy matematycznej umożliwią realizację zagadnień optymalizacyjnych bardzo ważnych z punktu widzenia związków matematyki z problemami życia codziennego. Dostarczą narzędzi do analizowania zjawisk fizycznych, ekonomicznych, socjologicznych itp.

Nie mniej ważne jest kształtowanie postaw młodego pokolenia. Te cele należy kształtować na każdej lekcji matematyki. Trzeba wymagać od uczniów samodzielności w rozwiązywaniu problemów, piętnować nieuczciwość wyrażającą się w podpowiadaniu czy tzw. ściąganiu. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania.

Na lekcjach matematyki mamy doskonałe warunki do tego, by uczyć kultury dyskusji. Bardzo często uczniowie przedstawiają różne metody rozwiązania tego samego problemu, a naszym obowiązkiem jest wysłuchać wszystkich propozycji i wspólnie z zespołem podjąć decyzję, w jaki sposób dany problem ostatecznie rozwiązać. Zwracamy też uwagę na język matematyczny, precyzyjne formułowanie myśli, logiczną konstrukcję wypowiedzi. Kształcimy w ten sposób umiejętność komunikacji uczeń-nauczyciel, uczeń-uczeń.

1. Formy pracy

Osiągnięcie założonych celów edukacyjnych i wychowawczych jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych form pracy z uczniem. Ta różnorodność form ma nie tylko uatrakcyjnić przedmiot, ale również spowodować kształtowanie odpowiednich postaw. Dlatego też, obok tradycyjnych form takich jak: wykład, praca z podręcznikiem czy innymi źródłami informacji (encyklopedie, pozycje popularno-naukowe, internet itp.) proponujemy metody aktywizujące uczniów takie, jak praca w grupach. Praca w grupach uczy współpracy w zespole, organizacji miejsca pracy, właściwego podziału ról i odpowiedzialności za zespół. Sprzyja kształtowaniu umiejętności komunikowania się członków grupy.

Poniżej przedstawiamy różne formy pracy z uczniem i ich zalety, zachęcając nauczycieli do stosowania ich na lekcjach matematyki.

- a) prezentacja materiału przez nauczyciela (wykład) – dobre przygotowanie merytoryczne nauczyciela jest podstawą rzetelnego przekazania wiedzy uczniom;
- b) wykonywanie ćwiczeń i rozwiązywanie zadań (lekcje ćwiczeniowe) – wskazane jest, aby wśród ćwiczeń i zadań typowych pojawiły się też takie, które mają ciekawą, nietypową treść lub zaskakujące – dla uczniów – rozwiązanie; takiego rodzaju zadania i ćwiczenia w naturalny sposób pobudzają ciekawość i aktywność umysłową uczniów;
- c) praca uczniów z podręcznikiem – wdraża do samodzielnego uczenia się oraz kształtuje umiejętność rozumienia czytanego tekstu, analizowania i wnioskowania;
- d) praca z wykorzystaniem encyklopedii, słowników, czasopism popularnonaukowych, roczników statystycznych itp. – uczniowie przyzwyczajają się do zbierania informacji z różnych źródeł, analizowania ich i przetwarzania, a także uświadamiają sobie, jaką rolę pełni matematyka w otaczającej ich rzeczywistości;
- e) praca w grupach – może przybierać różne formy, np.:
 - 1) Każda z grup otrzymuje do rozwiązania problem (zadanie lub zadania); wszyscy członkowie grupy uczestniczą w rozwiązaniu problemu, dzieląc się własnymi spostrzeżeniami, umiejętnościami i wiedzą; przedstawiciel grupy prezentuje otrzymane rozwiązanie. Taka metoda pracy na lekcji powoduje, że uczniowie uczą się organizacji pracy, dzielą się rolami, dyskutują, komunikują się ze sobą, uczą się odpowiedzialności za całą grupę, poznają zasady partnerskiej współpracy.
 - 2) Metoda układanki „puzzle” – każdy członek grupy otrzymuje część informacji potrzebnej do wykonania zadania grupowego; poszczególni członkowie grupy są odpowiedzialni za przygotowanie swojej porcji informacji, przekazanie jej kolegom i przyswojenie informacji prezentowanych przez nich.
 - 3) Metoda „drzewa decyzyjnego” – nauczyciel określa problem będący przedmiotem analizy; następnie dzieli uczniów na grupy; uczniowie określają różne możliwości rozwiązania zadania, wpisują zalety i wady każdej z możliwości, oceniają je z punktu widzenia wartości i celów, podejmują grupową decyzję o sposobie rozwiązania problemu.
- f) wzajemne odpytywanie się – metoda ta pozwala na sprawne przyswojenie materiału, angażuje całą klasę; uczniowie kształcą umiejętność porządkowania informacji, formułowania i zadawania pytań;

g) samodzielne przygotowanie przez uczniów referatów przedstawiających wybrane zagadnienia matematyki; metoda ta pozwala kształtować postawy poszukiwania i dociekliwości, daje szansę rozwoju i głębszego poznania matematyki, umożliwi uczniowi autoprezentację.

2. Metody kontroli i oceny

Kontrolowanie i ocenianie uczniów powinno być spójne z tym, co było przedmiotem nauczania. Przedmiotem oceny nie może być relacja między wiedzą ucznia i nauczyciela, lecz postęp ucznia w procesie kształcenia. Głównymi obszarami oceniania powinny być: wiedza zdobyta przez ucznia, umiejętności pozwalające uczniowi na gromadzenie i pogłębianie wiedzy, umiejętności społeczne i komunikacyjne, a także postawa młodego człowieka wyrażająca się w dążeniu do samorealizacji. Najłatwiej ocenić wiedzę, jaką posiada uczeń, trudniej pozostałe obszary. Aby móc to uczynić, należy stosować aktywne metody nauczania. Tak ważną umiejętność jak komunikacja, która się wyraża w wypowiedaniu, argumentowaniu, najlepiej można ocenić podczas dyskusji, pracy w grupach czy autoprezentacji. Z kolei umiejętności społeczne ujawnia współpraca w mniejszych zespołach, prace projektowe oraz zadania indywidualne podejmowane przez pojedynczych uczniów. Ocenie podlega wówczas zaangażowanie w realizację zadań, odpowiedzialność za pracę, a także umiejętność współpracy między uczniami. Ważne jest to, aby nauczyciel miał świadomość, że ocenianie nie służy tylko gromadzeniu ocen. Ma sprawdzać postępy ucznia, uświadamiać mu braki, w porę wykrywać kłopoty i trudności w nabywaniu różnych umiejętności, ale także zachęcać go do dalszej pracy i pokonywaniu trudności. Regularność oceniania zachęca uczniów do systematycznej pracy. Ważne jest, abyśmy dostrzegali nie tylko zaangażowanie uczniów podczas lekcji, ale także premiowali wszelkie prace domowe. Niezwykle ważne jest, aby system oceniania był jasny i czytelny dla uczniów i ich rodziców. Aby wnikliwie ocenić edukacyjne osiągnięcia ucznia należy posługiwać się różnorodnymi środkami i metodami oceniania. Wskazana jest ich różnorodność: sprawdziany pisemne (prace klasowe, testy, kartkówki), odpowiedzi ustne (referaty, odpowiedzi z kilku ostatnich zajęć, prezentacja rozwiązania zadania, dyskusja nad rozwiązaniem problemu itp.), praca w grupach, prace domowe oraz aktywność na zajęciach. Poszczególnym formom oceniania można nadać różną wagę. Ponieważ egzamin maturalny jest egzaminem pisemnym, więc dużą wagę należy przywiązywać do prac pisemnych. Proponujemy następujący system oceniania:

- prace klasowe oraz testy oceniane są w skali 1 – 6 wg skali procentowej

ocena: niedostateczny	0% – 45%
dopuszczający	46% – 59%
dostateczny	60% – 79%
dobry	80% – 91%
bardzo dobry	92% – 100%
celujący	ocena bardzo dobry + zadanie dodatkowe.

W szczególnych przypadkach (np. słaba klasa) można proponowaną skalę obniżyć do 40%, zmieniając odpowiednio przedziały procentowe.

- kartkówki – proponujemy, aby maksymalna liczba punktów, jaką może otrzymać uczeń, była wielokrotnością liczby 6, najlepiej 6 pkt. lub 12 pkt. Wówczas ocenę

z kartkówki można obliczyć według wzoru: $ocena = \frac{l_p}{k}$, gdzie l_p – liczba punktów uzyskanych przez ucznia, $k = 1$ (dla kartkówki 6-punktowej) lub $k = 2$ (dla kartkówki 12-punktowej);

- praca w grupach – tę formę pracy jest dość trudno ocenić. Zdarza się bowiem, że nie wszystkie osoby w grupie wkładają odpowiedni wysiłek w wykonanie zadania, niektóre w ogóle nie pracują, oczekując na wyniki pracy pozostałych. Osoby nieaktywne nie korzystają z lekcji. Jeśli praca w grupach ma charakter ćwiczeniowy (grupa otrzymuje jedno lub kilka zadań do rozwiązania), proponujemy następujący system ocenienia jej pracy: nauczyciel informuje grupy, że ocena ich pracy, to średnia dwóch ocen – pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej. Każda grupa ma sekretarza, który na koniec zajęć przedstawia w formie pisemnej efekty pracy grupy, nauczyciel sprawdza i ocenia pracę pisemną. Następnie wybiera z każdej grupy jedną osobę, która na tablicy rozwiązuje zadanie wskazane przez nauczyciela. Odpowiedź ucznia podlega ocenie. Każdy członek danej grupy otrzymuje ocenę, która jest średnią ocen z pracy pisemnej i odpowiedzi ustnej ucznia danej grupy. Taki system oceny pracy grupowej powoduje, że wszyscy członkowie grupy czują się współodpowiedzialni za powierzone zadanie. Chętnie pomagają sobie nawzajem, wyjaśniają wątpliwości. Chcą, aby każdy uczeń z grupy był gotowy do prezentacji problemu.

3. Środki dydaktyczne

- a) wykonywanie siatek i modeli figur przestrzennych – rozwijana jest w ten sposób wyobraźnia przestrzenna uczniów;
- b) wykorzystanie telewizji edukacyjnej, filmów edukacyjnych, komputerów – jest elementem edukacji medialnej; daje możliwość prezentowania różnych modeli matematycznych; zwiększa atrakcyjność prezentowanego materiału;
- c) analizowanie informacji z prasy dotyczących np.: danych giełdowych, kursu walut, zmian cen różnych towarów na rynku itp.;
- d) wykorzystanie środków mnemotechnicznych.

Osiągnięcie zamierzonych celów kształcenia może odbywać się również poprzez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych, a także w konkursach matematycznych i olimpiadzie matematycznej.